

Το φράγμα δυναμικού στην Κβαντομηχανική

[Διέλευση μέσα από κλασικά απαγορευμένες περιοχές: Το φαινόμενο της σήραγγας]

Το βασικό αποτέλεσμα

...και η ποιοτική του εξήγηση

Πιθανότητα ανάκλασης $1-T$

Πιθανότητα διέλευσης T

(1)
$$T = e^{-2\gamma L}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

Στην Κβαντομηχανική ένα σωματίδιο έχει πεπερασμένη πιθανότητα να διασχίσει μια κλασικά απαγορευμένη περιοχή και να βρεθεί στην «άλλη μεριά» ενός φράγματος δυναμικού υψηλότερου από την ενέργεια του σωματιδίου.

Η κυματοσυνάρτηση υφίσταται μια εκθετική απόσβεση πλάτους μέσα στην κλασικά απαγορευμένη περιοχή, οπότε ο συντελεστής διέλευσης T – που ισούται προσεγγιστικά με το τετράγωνο του λόγου των τιμών της ψ πριν και μετά το φράγμα – θα ισούται χονδρικά με

$$T \approx \left| \frac{\psi(L)}{\psi(0)} \right|^2 = |e^{-\gamma L}|^2 = e^{-2\gamma L}, \text{ όπου το } \gamma = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

προκύπτει αμέσως από τη μορφή της εξίσωσης Schrödinger στο εσωτερικό του φράγματος ($0 < x < L$).

Το βασικό «δίδαγμα»: Η εκθετική ευαισθησία του φαινομένου της σήραγγας

Η πιθανότητα διέλευσης – τύπος (1) – είναι εκθετικά ευαίσθητη στις μεταβολές του πλάτους L του φράγματος και της ενέργειας E του σωματιδίου. Μικρές μεταβολές στο L ή το E προκαλούν τεράστιες μεταβολές στην πιθανότητα διέλευσης του φράγματος.

...και οι εφαρμογές

α. Η ακτινοβολία άλφα των πυρήνων

β. Η πυρηνική σύντηξη στα άστρα

Απωστικό δυναμικό Coulomb $V = \frac{2Ze^2}{r}$

$E < V_{\max}$

Πυρηνικό πηγάδι δυναμικού

- Το φαινόμενο: Παρότι δεν έχει ενέργεια αρκετή για να διαφύγει από τον πυρήνα το σωματίδιο α «δραπετεύει» τελικά από αυτόν χάρις στο φαινόμενο της σήραγγας.
- Βασική πρόβλεψη: Λόγω της εκθετικής ευαισθησίας του φαινομένου, οι χρόνοι ζωής των πυρήνων που υφίστανται διάσπαση άλφα παρουσιάζουν γιγάντιες μεταβολές συναρτήσει της ενέργειας του εκπεμπόμενου σωματιδίου άλφα.

Η εσωτερική θερμοκρασία ($\sim 10^6 \text{ K}$) των άστρων δεν προσδίδει στους πυρήνες αρκετή κινητική ενέργεια ώστε να υπερβούν τη μεταξύ τους άωση Coulomb και να «αγγίξουν» ο ένας τον άλλον, οπότε μπορεί να λάβει χώρα πυρηνική σύντηξη. Η σύντηξη παρόλα αυτά συμβαίνει – τα άστρα «δουλεύουν» – χάρις στο φαινόμενο της σήραγγας. Οι πυρήνες δεν υπερπηδούν το μεταξύ τους φράγμα Coulomb – αφού δεν έχουν την αναγκαία ενέργεια – αλλά το διαπερνούν ανοίγοντας ...σήραγγα.

ΜΕΛΕΤΗ: Σ. Τραχανά, Κβαντομηχανική I, σελ. 261 – 276 (επιλεκτικά).