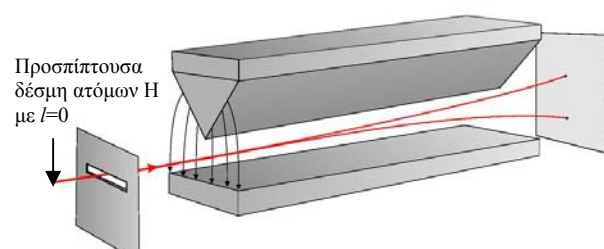


Το σπιν: Μια καθαρά κβαντική στροφορμή

Οι πειραματικές ενδείξεις για την ύπαρξη μιας εσωτερικής στροφορμής του ηλεκτρονίου

Πείραμα Stern-Gerlach με άτομα Υδρογόνου στη θεμελιώδη τους κατάσταση



Προσπίπτουσα δέσμη ατόμων H με $l=0$

Πειραματικό αποτέλεσμα: Ο αριθμός των κηλίδων στο πέτασμα είναι ίσος με δύο. Η προσπίπτουσα δέσμη χωρίζεται πάντα σε δύο.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Ο μόνος τρόπος να εξηγηθεί το πειραματικό αποτέλεσμα είναι να υποθεθεί ότι το ηλεκτρόνιο είναι φορέας και μιας εσωτερικής στροφορμής (\equiv σπιν) με παρόμοιες ιδιότητες και πειραματικές εκδηλώσεις όπως η τροχιακή στροφορμή αλλά με τιμή του κβαντικού αριθμού s (το ανάλογο του ℓ) ίση με $\frac{1}{2}$.

Τροχιακή στροφορμή και σπιν: Ομοιότητες και διαφορές

	Τροχιακή στροφορμή	Σπιν	Κανόνας αντιστοίχισης
	$\vec{\ell}$	\vec{S}	$\vec{\ell} \rightarrow \vec{S}$
Μέτρο στροφορμής	$ \vec{\ell} = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$ $\ell = 0, 1, 2, \dots$	$ \vec{S} = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$	$\ell \rightarrow s$
Προβολή στροφορμής κατά τον άξονα z	$\ell_z = \hbar m_\ell$ $m_\ell = -\ell, \dots, +\ell$ βήμα μονάδα Σύνολο τιμών προβολής $2\ell + 1$	$S_z = \hbar m_s$ $m_s = -s, \dots, +s$ βήμα μονάδα Σύνολο τιμών προβολής $2s + 1$	$m_\ell \rightarrow m_s$

Η βασική διαφορά μεταξύ τροχιακής στροφορμής και σπιν εντοπίζεται στο γεγονός ότι ο κβαντικός αριθμός s του σπιν μπορεί να πάρει όχι μόνο ακέραιες αλλά και ημιακέραιες τιμές ($s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$). Η δυνατότητα ημιακέραιων τιμών προκύπτει από τον κανόνα ότι το διάστημα από $-s$ έως $+s$ (μήκους $2s$) πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός αφού καλύπτεται πλήρως ξεκινώντας από το $-s$ και φτάνοντας στο $+s$ με βήματα μονάδα. Άρα $2s = \text{ακέραιος} \Rightarrow s = \text{ακέραιος ή ημιακέραιος}$

Γιατί το σπιν του ηλεκτρονίου δεν οφείλεται σε περιστροφή περί τον άξονά του

ΛΟΓΟΣ 1	ΛΟΓΟΣ 2
<p>Διότι για να προκύψει μια τιμή στροφορμής $S_z = \hbar/2$ με ιδιοπεριστροφή, η ταχύτητα περιφοράς του e στον “ισημερινό” του (θεωρώντας το ως σφαίρα) θα έπρεπε να υπερβαίνει κατά πολύ την ταχύτητα του φωτός.</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> $S_z = I \cdot \omega \approx ma^2 \omega \approx mav = \frac{\hbar}{2} \approx \hbar$ </div> <p style="font-size: small; margin-left: 20px;">I: ροπή αδράνειας e. ω: γωνιακή ταχύτητα</p> <p>$\Rightarrow v \approx \hbar / ma \approx 10^{17} \text{ cm/sec} \approx 10^6 c$</p> <p>Όπου $a \approx 10^{-17} \text{ cm}$ το σημερινό πειραματικό <u>άνω όριο</u> της ακτίνας του ηλεκτρονίου.</p>	<p>Σε αντίθεση με την τροχιακή στροφορμή της οποίας το μέγεθος μπορεί να μεταβληθεί, το μέγεθος του σπιν είναι ένα <u>πάγιο χαρακτηριστικό</u> του κάθε σωματιδίου, όπως η μάζα ηρεμίας ή το φορτίο του. Ο κβαντικός αριθμός του σπιν είναι <u>παγωμένος</u> σε μια και μοναδική τιμή. Αυτή η αδυναμία μεταβολής του σπιν είναι αδύνατον να ερμηνευθεί στα πλαίσια μιας κλασικής εικόνας ενός e περιστρεφόμενου περί τον άξονά του.</p>

Το σπιν και η γενικευμένη αρχή του Pauli

Φερμιόνια και Μποζόνια:

Οι δύο θεμελιώδεις κατηγορίες σωματιδίων και ο ρόλος τους στη φύση

	Σπιν	Είδος συμπεριφοράς	Ποια είναι ποια	...και γιατί
Φερμιόνια	Ημιακέραιο $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$	«Ατομικιστική» Υπόκεινται στην αρχή του Pauli (είναι αδύνατη η συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση). Περιγράφονται από <u>αντισυμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>δομικοί λίθοι</u> της ύλης. (e, p, n, ν κουάρκς). Όλα έχουν $s = \frac{1}{2}$	Διαφορετικά θα ήταν δυνατή η απεριόριστη συσσώρευση τους στην ίδια περιοχή του χώρου υπό την επίδραση των αμοιβαίων έλξεων, με αποτέλεσμα την πλήρη κατάρρευση της ύλης σε μια «σταγόνα» άπειρης πυκνότητας.
Μποζόνια	Ακέραιο $s = 0, 1, 2, \dots$	«Κολλεκτιβιστική» Δεν υπόκεινται στην αρχή του Pauli (Είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση) περιγράφονται από <u>συμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>φορείς δυνάμεων</u> της φύσης (γ, w^\pm, z , γλιόνια, βαρυτόνιο). Όλα έχουν $s = 1$ πλήν του βαρυτονίου που (εικάζεται ότι) έχει $s = 2$.	Έτσι είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση και η δημιουργία μ' αυτό τον τρόπο ενός μακροσκοπικού πεδίου δυνάμεων (ΗΜ πεδίο, πεδίο βαρύτητας, πυρηνικά πεδία).

Η απαγορευτική αρχή του Pauli για τα ατομικά ηλεκτρόνια: Μια ειδική συνέπεια της γενικευμένης αρχής

Έχοντας σπιν $s = \frac{1}{2}$ τα ηλεκτρόνια είναι φερμιόνια και επομένως η συνύπαρξή τους στην ίδια κβαντική κατάσταση ενός ατόμου θα είναι αδύνατη. Και δεδομένου ότι μια κβαντική κατάσταση σ' ένα άτομο καθορίζεται μονοσήμαντα από την τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s , η εφαρμογή της γενικής αρχής του Pauli στα άτομα οδηγεί στην:

ΑΠΑΓΟΡΕΥΤΙΚΗ ΑΡΧΗ ΤΟΥ PAULI: Δύο ηλεκτρόνια σ' ένα άτομο είναι αδύνατον να έχουν την ίδια τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s . Θα διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα κβαντικό αριθμό.

Η απαγορευτική αρχή του Pauli και η μη διακρισιμότητα των ταυτόσημων σωματιδίων στην Κβαντομηχανική

Στην «ρίζα» της γενικευμένης αρχής του Pauli βρίσκεται το θεμελιώδες γεγονός ότι στην Κβαντομηχανική τα ταυτόσημα σωματίδια που ανήκουν στο ίδιο φυσικό σύστημα (π.χ. ένα άτομο) είναι μη διακρίσιμα διότι περιγράφονται από αλληλοεπικαλυπτόμενες κυματοσυναρτήσεις, κι επομένως είναι αδύνατον να πούμε ποιο είναι το #1 ποιο είναι το #2 κ.ο.κ. Αυτή η αδυναμία διάκρισης διασφαλίζεται κβαντομηχανικά μόνο με κύματοσυναρτήσεις $\psi(x_1, x_2)$ που είναι συμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = \psi(x_1, x_2)$] ή αντισυμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = -\psi(x_1, x_2)$] κι επομένως οδηγούν σε πιθανότητα $|\psi(x_1, x_2)|^2$ που είναι συμμετρική στην εναλλαγή $x_1 \leftrightarrow x_2$ κι άρα δεν επιτρέπει τη διάκριση των δύο σωματιδίων.